O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO COM O USO DOS BLOCOS LÓGICOS

<u>Paulo Jorge Magalhães Teixeira</u>
Professor da UFF e do Colégio Pedro II
Relato de Experiência

RESUMO
Este trabalho apresenta reflexões obtidas numa experiência desenvolvida com quatro professoras sobre o ensino e a aprendizagem de noções iniciais que envolvem o raciocínio combinatório com a utilização do material concreto conhecido como Blocos Lógicos. São apresentadas situações adequadas à crianças que estejam cursando desde a 3ª Série/4º Ano do Ensino Fundamental, nas quais a utilização de árvores de possibilidades e os blocos lógicos favorecem a obtenção dos quantitativos das soluções. Em relação à fundamentação teórica, nos valemos de resultados de pesquisas para analisar a introdução de conceitos, sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaut (1991).

Palavras Chave: Raciocínio combinatório, Formação de Professores, Ensino Fundamental, Produto Cartesiano, Significados.

Introdução

Nosso objetivo é o de relatar uma experiência vivenciada com um grupo de quatro professoras para vivenciarem a apresentação de procedimentos metodológicos que, acreditamos, contribuem para o desenvolvimento do raciocínio combinatório nos anos iniciais, ofertando situações básicas que permitem a apropriação, mais adiante, dos conceitos de Combinatória trabalhados ao longo de toda a Educação Básica.

As situações sugeridas, por mais simples que possam parecer, trazem possibilidades que não exigem outros conhecimentos de matemática que não o de cálculos aritméticos simples, apropriadas para diferentes níveis de conhecimento, sugerindo os primeiros contatos com enumeração, generalização e pensamento sistemático.

Apresentamos um conjunto de situações objeto da experiência vivenciada que permitiu incorporar sugestões de encaminhamentos e algumas modificações que as tornaram adequadas ao universo sugerido de alunos.

Destarte, realçamos a importância de trabalhar, já a partir da 3ª Série/4º Ano, com árvores de possibilidades em situações que permitem introduzir idéias que envolvem o raciocínio combinatório.

Segundo Navarro-Pelayo (1996):

> “Fischbein & Gazit (1988) estudaram o efeito da instrução sobre a capacidade de trabalhar com problemas de combinatória, descobrindo que, inclusive crianças de 10 anos, podem aprender algumas idéias combinatórias com a ajuda do diagrama de árvore”.

Raciocínio Combinatório, o que é?

Antes de refletirmos sobre as potencialidades dos blocos lógicos é importante destacar o significado do raciocínio combinatório.

Parece-nos que entre os estudiosos do assunto o significado de raciocínio combinatório deva ser algo tão simples que eles não têm tido a preocupação de conceituar esse tipo de raciocínio em seus trabalhos, fazendo menção a ele de modo bastante natural e corriqueiro, sem se aterem à cognição envolvida em relação ao seu uso.

É fato que esse raciocínio é algo inato ao ser humano, enquanto ser pensante, desde que sejam propostas situações as quais ele precise ser exercitado, utilizando-se de procedimentos relacionados com esse tipo de raciocínio. Mas, quais são esses procedimentos?

Segundo Navarro-Pelayo (1996):

> “De acordo com Inhelder e Piaget (1955), o raciocínio hipotético-dedutivo opera com as possibilidades que o sujeito descobre e avalia, por meio de operações combinatórias. Esta capacidade pode relacionar-se com os estágios descritos na teoria de Piaget: depois do período das operações formais, o adolescente descobre procedimentos sistemáticos de construção combinatória, ainda que para as permutações seja necessário esperar a idade de 15 anos”.

Todavia, os resultados de Fischbein (1975) mostram que a “capacidade de resolver situações que envolvam o raciocínio combinatório” nem sempre se alcança no nível das operações formais, se um ensino específico sobre o assunto não for oferecido.

Assim, para nossos propósitos, podemos dizer que raciocínio combinatório é um conjunto de ações cognitivas inatas ao sujeito que permitam a ele encaminhar procedimentos de seleção, partição ou colocação, de objetos, pessoas, números ou letras, combinando-os adequadamente de modo que o resultado dessas ações tenha significado, obedeça a sistematizações e sua representação possa ser feita utilizando diferentes linguagens - língua materna (a primeira língua que se aprende), verbal, matemática, gráfica ou na forma de tabelas – como meio de produzir, expressar e comunicar ideias, interpretando diferentes intenções e situações.

Portanto, o raciocínio combinatório é concebido quando se pensa no ato de “combinar” (o mesmo que associar, juntar, compor) objetos (ou pessoas, letras, algarismos).

Podemos então dizer que ele se refere à aquisição de habilidades e competências que são exigidas quando o desenvolvemos mesmo antes de precisar utilizar-se de operações combinatórias para a solução de problemas de combinatória. É neste arcabouço de ideias que o raciocínio combinatório pode ser explorado ao longo de toda a Educação Básica, como nos prescrevem os PCN:

> “A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos” (Brasil, 1997, p.19).

Quanto ao papel desempenhado pela matemática, ainda nos PCN:

> “Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas” (Brasil, 1997, p. 29).

Os Blocos Lógicos

Os blocos lógicos constituem-se de 48 peças em formatos geométricos: quadrados, retângulos, triângulos e círculos (12 de cada), distribuídos nas cores amarelo, azul e vermelho, em dois tamanhos: pequeno e grande e em duas espessuras: fina e grossa.

Eles foram criados por volta da década de 50 pelo matemático húngaro Dienes (Zoltan Paul Dienes), constituindo-se de material pedagógico que estimula crianças na percepção e na análise, favorecendo o raciocínio lógico (desenvolve noções com operações lógicas e suas relações, como correspondência e classificação) que pode levar a situações de raciocínio abstrato.

Ele auxilia na aprendizagem desde a Educação Infantil, utilizado didaticamente pelo manuseio, observação e identificação das peças até a exploração dos quatro atributos, peça a peça: forma, cor, tamanho e espessura.

Trabalhar com esse material favorece o desenvolvimento cognitivo da criança nas primeiras noções abstratas de classificação, seriação, ordem e sistematização de padrões.

Neste particular uso para desenvolver as primeiras noções relacionadas ao raciocínio combinatório, sugerimos que eles sejam utilizados em conjunto com árvores de possibilidades em duas situações distintas:

- uma em que o professor sugere diferentes classificações e pede que os alunos representem com o uso da árvore de possibilidades e
- outra na qual a árvore de possibilidades é desenhada e o professor pede para nomear os elementos constituintes dos “galhos” ou “ramos da árvore”, indicando os quantitativos identificados com o material.

Metodologia

O grupo, com quatro professoras, trabalhou em dois encontros de três horas cada em sala de aula de um Colégio Federal de Educação Básica, em horário diferente daquele em que trabalham.

O convite partiu do autor a uma das professoras e esta convidou as demais colegas de trabalho.

Foram distribuídos dois conjuntos de blocos lógicos de uso delas e pertencentes ao Colégio, para cada dupla. No primeiro encontro foi distribuída uma ficha que continha as situações 2 a 5, sugeridas a seguir.

No segundo encontro, uma semana após, no mesmo local e horário, nova ficha foi distribuída, onde foi proposto trabalhar a situação 9, sendo pedido que resolvessem a situação da mesma forma como estivessem trabalhando com seus alunos, explorando o máximo de representações que conheciam para a solução.

A dinâmica foi acordada de modo que as professoras discutissem entre si, tendo o pesquisador como mediador quando solicitado, apresentassem no quadro de giz as soluções, sugestões e as discussões que foram travadas, socializando-as com todo o grupo.

O pesquisador gravou as falas das professoras (algumas não foram compreendidas) e anotou os registros feitos no quadro de giz de modo a poder compreender como os processos de ensino se desenvolveram.

As professoras disseram já terem feito trabalho similar com o uso dos blocos lógicos, mas não ênfase nas árvores de possibilidades, embora a conhecessem. Partiu delas a sugestão da atividade 1.

As sugestões, discussões foram registradas e culminaram com a proposta das situações 1 a 9.

Situações sugeridas

Situação 1: De modo a descontrair uma turma e interagir os alunos com a temática sugerimos ao professor que coloque todos os alunos sentados no chão. A seguir, o professor pede que os alunos se dividam em grupos de meninas e meninos representando essa divisão através de uma árvore de possibilidades no chão, utilizando-se de uma fita crepe. A seguir pede que se dividam em grupos por idade (anos completos) independente do sexo; depois que se dividam em grupos por bairros onde moram e, por fim, em grupos de acordo com clube de futebol que torcem. Em todas as situações, ora representa a árvore de possibilidades, ora pede sugestões de como a árvore poderia ser feita. Depois, pede sugestão para a construção de outras árvores.

Situação 2: Considerando que o quantitativo de peças dos blocos lógicos é 48, fatorando 48 em fatores primos tem-se: 48 = 2 x 2 x 3 x 4. Os divisores são D(48) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}. Vamos então trabalhar com situações relacionadas aos divisores de 48.

Pedir que os alunos dividam o conjunto das peças em dois grandes grupos, indicando essa divisão nos ramos da árvore, prosseguindo na contagem de peças em cada um dos ramos. As peças podem ser repartidas entre finas e grossas ou entre grandes e pequenas.

	grandes		finas
	pequenas		grossas

Situação 3: Nesta situação o professor pede para escreverem nos três ramos da árvore desenhada por ele o que representa cada ramo e o total de peças em cada um. Os ramos são as três cores das peças.

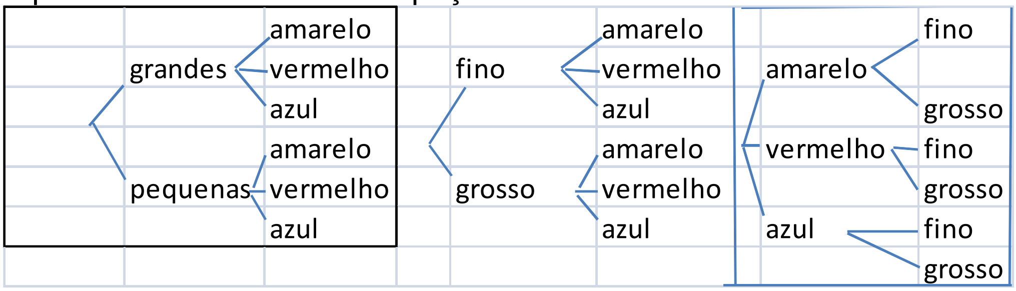
	amarelo
	vermelho
	azul

Situação 4: Nesta situação o professor pede para dividirem as peças em quatro grandes grupos e representarem essa divisão segundo uma árvore de possibilidades que deveriam desenhar, indicando o que cada ramo representa e a totalidade de peças em cada. Os ramos são as quatro formas das peças.

	círculo
	triângulo
	quadrado
	retângulo

Situação 5: Nesta situação o professor pede para dividirem as peças em dois grandes grupos e, a seguir, cada um desses grupos serem divididos em três grupos. Ou então, dividir a totalidade das peças em três grandes grupos e, a seguir, cada um desses grupos dividirem-se em dois grupos, e representarem

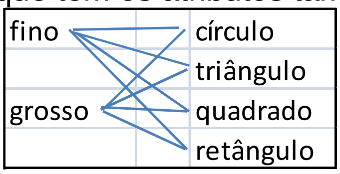
essas subdivisões segundo uma árvore de possibilidades que possui um dos formatos abaixo, visto que 6 = 2 x 3 = 3 x 2, indicando o que cada ramo representa e a totalidade de peças em cada.



Situação 6: Como na situação anterior, o mesmo pode ser feito quando escrevemos 8 = 2 x 4 = 4 x 2 ou 12 = 2 x 6 = 6 x 2. Nesta situação o professor pode aproveitar para utilizar-se da representação na forma de produto cartesiano ou escrevendo os elementos na forma de elementos de um conjunto (quando essa representação já for conhecida):

A x B = {{fino, círculo}, {fino, triângulo}, {fino, quadrado}, {fino, retângulo}, {grosso, círculo}, {grosso, triângulo}, {grosso, quadrado}, {grosso, retângulo}}.

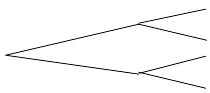
Chamo a atenção para o fato de que os elementos do produto cartesiano acima são conjuntos formados, cada um deles de 6(seis) peças que tem os atributos diferentes daqueles que foram objeto do produto cartesiano, ou seja: se o conjunto A possui o atributo espessura (fino ou grosso) e o conjunto B possui o atributo forma (círculo, triângulo, quadrado, retângulo), então, o produto cartesiano é um conjunto que possui seis elementos, cada um deles com peças que têm os atributos tamanho (pequeno, grande) e cor (amarelo, vermelho, azul).



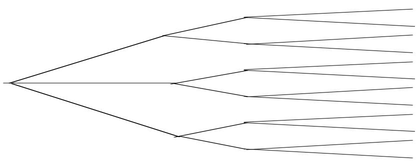
Situação 7: Como nas situações 4 e 5, o mesmo pode ser feito quando escrevemos 16 = 2 x 2 x 4 = 2 x 4 x 2 = 4 x 2 x 2 ou 24 = 2 x 3 x 4 = 2 x 4 x 3 = 3 x 2 x 4 = 3 x 4 x 2 = 4 x 3 x 2 = 4 x 2 x 3 = 2 x 2 x 12 = 2 x 3 x 8 ou 48 = 2 x 2 x 3 x 4 =2 x 2 x 4 x 3 = 3 x 2 x 2 x 4 = 3 x 4 x 2 x 2 = 3 x 2 x 4 x 2.

Situação 8: Nesta situação o professor apresenta diferentes árvores de possibilidades, e pede que os alunos indiquem os atributos em cada um dos ramos das árvores e o total de peças em cada ramo e o total delas na forma de produto dos fatores constituintes da totalidade de ramos e o total em cada um deles.

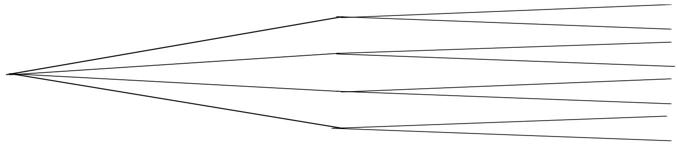
Peças finas e grossas em duas diferentes cores.



Cor, espessura e tamanho.



Forma e espessura ou forma e tamanho.



O professor poderá sugerir novas experiências para a classificação de outros diferentes objetos segundo o uso de árvores de possibilidades, caracterizando os atributos que julgar conveniente, utilizando-se de uma quantidade não muito grande de possibilidades, como: 3 x 4 x 3 = 36; 2 x 3 x 6 = 36; 2 x 2 x 9 = 36.

Situação 9: Considere os quadrados e os triângulos dos blocos lógicos. Querendo saber quantas são as diferentes "casinhas", como a desenhada a seguir, que podemos formar utilizando somente as peças grossas e pequenas.

É preciso aproveitar situações como essa, com valores pequenos de possibilidades para explorar diferentes representações que a situação oferece, como, por exemplo, esquemas, tabelas de dupla entrada, árvore de possibilidades, enumeração sistemática dos elementos constituintes da combinação entre os dois objetos e o produto cartesiano, que serão muito úteis em situações outras de matemática.

Assim, acreditamos possam ser exploradas, com diferentes exemplos, situações similares a essas e outras tantas interessantes (ver Teixeira, 2010) que a Combinatória nos oferece e que, certamente, os alunos vão gostar muito.

A prática metodológica nos fundamentos do raciocínio combinatório

Segundo Guy Brousseau (1986), ao longo das atividades didáticas às quais o estudante é confrontado é desejável que "produza, formule, prove, construa modelos, linguagens, conceitos e teorias".

Diferentes situações de Combinatória se prestam bem ao que Brousseau sugere.

A utilização de diversas atividades envolvendo material concreto, além de jogos, no ensino da Matemática, permite ao aluno se desenvolver enquanto sujeito protagonista de seu aprendizado.

Desse modo, estimular gradualmente o uso do raciocínio combinatório num ambiente lúdico, em diferentes situações, promove o pensar, de forma criativa e crítica, desenvolvendo habilidades e competências cognitivas as quais passam a fazer parte de sua estrutura mental, podendo ser generalizadas para outras situações.

Acredito que a Combinatória, quando se utiliza o raciocínio combinatório durante a fase de construção dos conceitos seja importante ferramenta para que o aluno, inserido num mundo de informações, novas tecnologias e no dia-a-dia com atividades rotineiras, adquira conhecimentos e desenvolva habilidades que o capacitam para resolver problemas reais ao seu alcance, compreendendo outras situações.

Infelizmente, quando se trata das ideias do grupo combinatória como sugeridas em BRASIL (1997, p.109-112), na maioria das vezes elas são pouco exploradas ficando restritas a poucos exemplos que relacionam saias e blusas, e que, por outro lado, deixam de explorar diferentes representações de uma mesma situação, essencial para a apropriação de outros conceitos.

Assim, após trabalhar com as árvores, o professor pode apresentar as potencialidades de sua utilização em situações simples de combinatória nas quais o raciocínio combinatório se faz presente.

Trabalhando assim, resgatamos a ideia combinatória da multiplicação, ampliando a ideia da multiplicação baseada na adição de parcelas iguais.

Manipular material concreto (quadrado e triângulo - objetos distintos) é muito importante para que o aluno compreenda o raciocínio de “combinação, no sentido de combinar”, presente entre os objetos que estão à mão, de modo que, nas situações em que a quantidade de objetos seja grande ele não encontre dificuldades em realizar a contagem, principalmente naquelas que exijam a “combinação” de uma quantidade maior de objetos em algo mais do que somente dois tipos de objetos.

É preciso aproveitar situações com valores menores de possibilidades para explorar diferentes representações que a situação oferece: esquemas, tabelas de dupla entrada, árvore de possibilidades e produto cartesiano, que serão muito úteis em situações outras de matemática.

Como visto, utilizar diferentes representações para uma situação envolvendo raciocínio combinatório favorece a apreensão intuitiva do princípio fundamental da contagem, imprescindível ao desenvolvimento do pensamento abstrato e no uso em situações que exigem generalização.

A apropriação de conceitos em combinatória

Por conta disso, este trabalho tem como sustentação a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaut (1991), a qual leva em conta uma série de fatores que influenciam e interferem no ensino e na aprendizagem quando se procura identificar, formar e desenvolver determinado conceito. O trabalho com situações é muito importante para que o conhecimento conceitual possa emergir a partir da exploração de atividades desafiadoras, desencadeadas a partir de adequados procedimentos em conjunto com a manipulação de material concreto (se possível).

Segundo Vergnaut (1991), o estudo para o desenvolvimento de um determinado campo conceitual exige do pesquisador a visão segundo a qual um conceito é formado pela tríade (***S, I, R***), onde: ***S*** é um conjunto de diferentes **situações** que permitem ao conceito ser significativo, para ser explorado; ***I*** é um conjunto de ***invariantes*** (objetos, relações entre si e propriedades relacionando-os entre si) que podem ser identificados e usados pelo sujeito de pesquisa de modo a poder analisar e compreender essas situações e ***R*** é um conjunto de diferentes ***representações*** que podem ser usadas para fazer realçar e representar os invariantes da situação e, deste modo, poder representar as situações e os mecanismos necessários para utilizar esses invariantes.

Um dos grandes “nós” que afligem os educadores matemáticos é compreender que a aquisição e a compreensão de um dado conceito não se dá, unicamente, com a apresentação de um tipo de situação (não emerge daí, somente) e, por outro lado, que uma dada situação pode vir a envolver mais do que um só conceito, por mais simples que possa ser aos nossos olhos.

Portanto, conceitos matemáticos têm significado para o aluno quando são percebidos por ele a partir de uma variedade (tão extensa quanto necessário) de situações nas quais pode ser sentida sua importância. Por outro lado, uma dada situação pode apresentar diferentes conceitos envolvidos, ou seja, ela necessita mais do que um conceito para ser analisada e compreendida.

Assim, um único conceito fechado em si, e uma única situação não são suficientes para dar conta da aquisição de um dado conhecimento, de forma plena e consistente, capaz de proporcionar segurança no seu uso em diferentes contextos.

A combinatória como conteúdo importante na formação

Combinar objetos, como o que foi feito, é de tal sorte tão importante na fase inicial da concepção do conceito de multiplicação quanto no início de atividades que visam o desenvolvimento do raciocínio combinatório, mostrando a importância que se deva dar ao trabalho com os quatro grupos de atividades - **multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular**, **ideia de combinatória** (conforme (BRASIL, 1997, p. 109-112)) - não necessariamente em conjunto - contribuindo para os significados da multiplicação e da divisão.

Porém, a não vivência com esse tipo de situações, quando da sistematização dos conceitos de multiplicação e divisão, como explicitado, podem acarretar dificuldades outras como essa, nos anos seguintes, oriundas de não ter sido bem trabalhado o conceito ou quando esse conhecimento não foi construído pelo aluno.

Nossa intenção é oferecer opções de situações para o professor trabalhar explorando os conceitos de combinatória na Educação Básica. Sobre outras situações envolvendo sistematização de padrões, ver Teixeira (2010.

Conclusões

Entendemos que o ensino da Matemática ao longo da Educação Básica deve proporcionar ao aluno a oportunidade de construir, paulatinamente, o raciocínio combinatório vez que ele é rico em proporcionar opções de tomada de decisões que requerem argumentos consistentes para provar a veracidade ou falsidade deles.

Além disso, conceitos de combinatória são bastante atraentes para serem trabalhados, fornecendo enorme variedade de situações presentes no dia-a-dia dos cidadãos, contribuindo com diferentes aplicações matemáticas interdisciplinares que têm significados em todos os níveis de escolaridade.

Por meio das sugestões apresentadas nas situações abordadas com o uso de árvores de possibilidades, enfatiza-se a importância de uma metodologia de ensino que permita aos alunos, com o uso de material concreto e de maneira intuitiva, apropriarem-se gradativamente das idéias relacionadas à combinatória desde os anos iniciais.

Estas sugestões favorecem, no futuro, a construção de significados não só para a combinatória como para a probabilidade, vez que a árvore de probabilidades, similar à de possibilidades, é bastante útil na solução de situações que tratam, por exemplo, do “problema do jogo interrompido” [1].

Fica aqui a sugestão para os professores trabalharem situações que envolvam o raciocínio combinatório em todos os anos e séries a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, explorando diferentes representações.

Considerando o tratamento dado à apropriação das idéias iniciais relacionadas ao raciocínio combinatório nas atividades, não foi possível lidar com os invariantes de forma a contribuir para a aquisição dos conceitos de combinatória, segundo a teoria dos campos conceituais de Vergnaud.

Mas a apropriação de habilidades relacionadas ao entendimento da importância da árvore de possibilidades será muito útil para a compreensão de propriedades importantes associadas a cada um dos conceitos de combinatória que emergem do tratamento com situações diversas, permitindo que os alunos os diferenciem enquanto os compreendem.

Escolhemos a abordagem no contexto das árvores de possibilidades para o tratamento inicial das ideias relacionadas à sistematização de padrões para lidar com os problemas de contagem não porque estamos desconsiderando importantes as demais significações relacionadas ao Princípio Fundamental da Contagem, mas por entendermos que a árvore de possibilidades não só permite solucionar muitas situações de combinatória quando a quantidade de elementos envolvidos for relativamente pequena, como também permite o exercício da generalização e os mecanismos intuitivos do raciocínio combinatório, favorecendo a apropriação, anos de estudo adiante, dos outros conceitos de combinatória, fortalecendo o estabelecimento de conexões com outros tópicos da matemática.

Precisamos fazer com que as habilidades que são apropriadas pelos alunos no dia-a-dia da sala de aula sejam suficientes para permitir que eles possam escrever o que estão pensando, compreender, questionar, deduzir, tirar conclusões e levantar hipóteses, com a finalidade de torná-lo capaz de tomar decisões de modo consciente e, o melhor, corretamente.

Assim, o raciocínio combinatório favorece possibilidades para o aluno expressar-se, oralmente ou por escrito, de modo que o professor possa ler e compreender os argumentos matemáticos que ele utiliza.

Quando a Matemática permitir a análise de informações veiculadas em diferentes meios de comunicação e, a partir dessas análises, o aluno puder construir opiniões críticas e consistentes enquanto ele questiona essas informações, ela estará, enfim, oferecendo grande contribuição na formação do aluno enquanto cidadão, permitindo que ele se insira na sociedade como participante efetivo.

Com essas premissas, o aluno passa a compreender que a Matemática não se reduz ao verdadeiro ou falso de suas proposições nem que existe apenas o possível e o impossível mais, muito mais do que somente isso, ela lhe possibilita ser um agente participe de sua própria estória.

---

[1] O jogo questiona sobre a divisão justa de um prêmio, no caso de um determinado jogo não chegar ao fim. Como dividir com justiça, por exemplo, um prêmio entre dois jogadores que disputam uma partida de tênis que é interrompida com o placar apontando 2x1, se de acordo com a regra inicial, levaria o prêmio total aquele que vencesse duas partidas seguidas ou três alternadas ? Sobre o jogo ver em (São Paulo, 2009, p. 13-15.

Referências

Brasil. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos. Secretaria de Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

Brousseau, G. Fondements et Méthodes de la Didactique dés Mathématiques. Recherches em Didactique dés Mathématiques, v.7, n.2, p.33-116, Paris, 1986.

Fischbein, E. The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht: Reidel, 1975.

Fischbein, E., Gazit, A. The combinatorial solving capacity in children and adolescents. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, v. 5, pp. 193-198,1988.

Inhelder, B., Piaget. J. De La logique de l'enfant à La logique de l´adolescent. Paris: P.U.F., 1955.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C., Godino, J.D. Razonamiento combinatorio em alumnos de secundaria. Educación Matemática, 8(1), 26-39, 1996. Disponível em <HTTP: //www.ugr.es/~batanero>. Acessado em 27/6/2011.

Nunes, T. & Bryant, P. Crianças fazendo matemática. Artes Médicas, 1997.

Piaget, J. Devlopmentand Learning. Journal of Research in Science Teaching. XI, n.3, 1964.

Teixeira, P.J.M. A Identificação de padrões que favorecem o raciocínio combinatório desde os anos iniciais do ensino fundamental. Zetetike (no prelo), Campinas, 2011.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias;Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – São Paulo: SEE, 2010.

______. Caderno do professor: matemática, ensino médio – 2ª série, volume 3/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. - São Paulo: SEE, 2009.

Vergnaut, G. El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemática en la escuela primária. Editorial Trillas. México,1991.